Université A. Assaâdi
Faculté des Sciences
Département de Math.

O.B

SMA – SMI
Algèbre S_1
2008 / 2009

Serie n° 4

Exercice 1 : Soit $P = X^6 - 6X^5 + 15X^4 - 20X^3 + 12X^2 - 4$.

1/ Déterminer le p.g.c.d de P et P'.

2/ Factoriser P dans $\mathbb{R}[X]$ puis dans $\mathbb{C}[X]$.

Exercice 2 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

–) Déterminer le reste de la division de $A_n = X^n + X + 1$ par $B = (X-1)^2$.

Exercice 3 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $A_n = X^{2n} - 1$

–) Factoriser A_n dans $\mathbb{C}[X]$ puis dans $\mathbb{R}[X]$.

Exercice 4 : Soit $P = (X+1)^7 - X^7 - 1$

1) Déterminer le degré de P.

2) Montrer que P admet deux racines dans $\mathbb{Z}$.

3) Montrer que $(X - j)$ divise P.

4) Factoriser P dans $\mathbb{C}[X]$ puis dans $\mathbb{R}[X]$.

Exercice 5 : a et b étant deux réels, **déterminer** tous les polynômes de $\mathbb{R}[X]$ de la forme

$$P = 3X^5 - 10X^3 + aX + b.$$

ayant un zéro d'ordre 3. **Factoriser** les polynômes obtenus dans $\mathbb{R}[X]$.

Exercice 6 : Factoriser dans $\mathbb{R}[X]$.

1) $X^3 - 5X^2 + 3X + 9$

2) $(X^2 - X + 2)^2 + (X-2)^2$

3) $X^5 - 7X^3 - 2X^2 + 12X + 8$, sachant qu'il y a des racines multiples.

4) $6X^5 + 15X^4 + 20X^3 + 15X^2 + 6X + 1$.

Exercice 7 : (Facultatif). Soit P un polynôme réel tel que le reste de la division de P par $X+1$ soit 2 et le reste de la division de P par $X-1$ soit -4.

–) Quel est le reste de la division de P par $X^2 - 1$?

ETUSUP .com

Exercice 8 :

Donner la décomposition en éléments simples dans $\mathbb{R}(X)$

a) $F_1 = \dfrac{-X^3+5X^2-4X+1}{X^3(X-1)^4}$

b) $F_2 = \dfrac{8X^4+8}{(X-1)^3(X+1)^3}$

c) $\dfrac{X^8-1}{(X^2+2X+2)^3} = F_3$

d) $\dfrac{X^2+1}{X^4+1} = F_4$

e) $\dfrac{X}{(X-1)(X^4-X^2+1)} = F_5$

Exercice 9 : (Facultatif). Dans $\mathbb{R}[X]$, on considère le polynôme $P = 2X^4 - 4X^3 - 7X - 14$

-) Calculer $P(1+\sqrt{3})$ (éviter le calcul direct).

$(X-1-\sqrt{3})(X-1+\sqrt{3})$

$(X-1)^2-3$

Exercice 10 : (Facultatif).

1) Décomposer le polynôme $A = X^5+1$ dans $\mathbb{R}[X]$

2) Soit $P_n = (X^4-1)(X^3-X^2+X-1)^n + (X+1)X^{4n-1} \in \mathbb{C}[X]$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

-) Montrer que A divise P_n.

ETUSUP .com

ETUSUP.com

Programmation
Cours
Informatique
Optique
Chimie
Algébre
Corrigés
Mathématiques
Travaux Pratiques
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Exercices
Livres
Contrôles Continus
Langues
MTU
Mécanique
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Droit
Chimie Organique

et encore plus..